

PROCEDE POUR LA MISE EN ŒUVRE SECURISEE D'UN ALGORITHME  
DE CRYPTOGRAPHIE DE TYPE RSA ET COMPOSANT CORRESPONDANT

La présente invention se rapporte à un procédé pour la mise en œuvre sécurisée d'un algorithme de cryptographie dans un composant électronique et, plus particulièrement, pour la mise en œuvre sécurisée d'un  
5 algorithme de cryptographie de type RSA.

L'invention concerne également le composant électronique correspondant.

De tels composants sont notamment utilisés dans des applications où l'accès à des services ou à des  
10 données est sévèrement contrôlé.

Ils ont une architecture dite logicielle, c'est-à-dire programmable formée autour d'un microprocesseur et de mémoires, dont une mémoire programme non volatile de type *EEPROM* qui contient un ou plusieurs nombres  
15 secrets. Il s'agit d'une architecture généraliste apte à exécuter n'importe quel algorithme.

Ces composants sont utilisés dans des systèmes informatiques, embarqués ou non. Ils sont notamment utilisés dans les cartes à puce, pour certaines  
20 applications de celles-ci. Ce sont par exemple des applications d'accès à certaines banques de données, des applications bancaires, des applications de télépéage, par exemple pour la télévision, la  
25 distribution d'essence ou encore le passage de péages d'autoroutes.

Ces composants ou ces cartes mettent donc en œuvre un algorithme de cryptographie pour assurer le chiffrement de données émises et/ou le déchiffrement de données reçues, l'authentification ou la signature  
5 numérique d'un message.

A partir de ce message appliqué en entrée à la carte par un système hôte (serveur, distributeur bancaire...) et de nombres secrets contenus dans la carte, la carte fournit en retour au système hôte ce  
10 message chiffré, authentifié ou signé, ce qui permet par exemple au système hôte d'authentifier le composant ou la carte, d'échanger des données...

Les caractéristiques des algorithmes de cryptographie peuvent être connues : calculs effectués,  
15 paramètres utilisés. La seule inconnue est le ou les nombres secrets. Toute la sécurité de ces algorithmes de cryptographie tient dans ce(s) nombre(s) secret(s) contenu(s) dans la carte et inconnu(s) du monde extérieur à la carte. Ce nombre secret ne peut être  
20 déduit de la seule connaissance du message appliqué en entrée et du message chiffré fourni en retour.

Or, il est apparu que des attaques externes basées sur des grandeurs physiques mesurables à l'extérieur du composant lorsque celui-ci est en train de dérouler  
25 l'algorithme de cryptographie, permettent à des tiers mal intentionnés de trouver le(s) nombre(s) secret(s) contenu(s) dans cette carte. Ces attaques sont appelées attaques à canaux cachés (« Side channel attacks » en anglais) ; on distingue parmi ces attaques à canaux  
30 cachés, les attaques SPA, acronyme anglo-saxon pour *Single Power Analysis* basées sur une voire quelques

mesures et les attaques DPA, acronyme anglo-saxon pour *Differential Power Analysis* basées sur des analyses statistiques issues de nombreuses mesures. Le principe de ces attaques à canaux cachés repose par exemple sur  
5 le fait que la consommation en courant du microprocesseur exécutant des instructions varie selon l'instruction ou la donnée manipulée.

Il existe également un type d'attaque, dite « attaque par faute ». Dans ce type d'attaque,  
10 l'attaquant injecte une faute quelconque pendant le calcul d'un algorithme cryptographique, dans le but d'exploiter la présence de cette faute pour extraire une information secrète.

La faute peut aussi provenir d'une erreur de  
15 calcul due au matériel mettant en œuvre l'algorithme cryptographique. On considère néanmoins, dans un cas comme dans l'autre, qu'il s'agit d'une attaque par faute.

Ces différents types d'attaque sont notamment  
20 envisageables avec les algorithmes de cryptographie à clé publique comme par exemple l'algorithme RSA (du nom de ses auteurs Rivest, Shamir, Adleman), qui est celui le plus utilisé en cryptographie dans ce domaine d'application, et auquel la présente invention  
25 s'applique plus particulièrement.

On rappelle ci-après brièvement les principales caractéristiques du système cryptographique à clé publique RSA.

La première réalisation de schéma de chiffrement  
30 et de signature à clé publique fut mise au point en 1977 par Rivest, Shamir et Adleman, qui ont inventé le

système *cryptographique* RSA. La sécurité de RSA repose sur la difficulté de factoriser un grand nombre qui est le produit de deux nombres premiers. Ce système est le système *cryptographique* à clé publique le plus utilisé.

5 Il peut être utilisé comme procédé de chiffrement ou comme procédé de signature.

Le principe du système *cryptographique* RSA est le suivant. Il consiste d'abord à générer la paire de clés RSA.

10 Ainsi, chaque utilisateur crée une clé publique RSA et une clé privée correspondante, suivant le procédé suivant en 5 étapes :

1) Générer deux nombres premiers distincts  $p$  et  $q$ ;

2) Calculer  $n=pq$  et  $\Phi(n)=(p-1)(q-1)$ ,  $\Phi$  étant appelée

15 la fonction indicatrice d'Euler;

3) Sélectionner un entier  $e$ ,  $1 < e < \Phi(n)$ , tel que  $\text{pgcd}(e, \Phi(n))=1$ , aléatoirement ou au choix de l'utilisateur qui pourrait donc choisir  $e$  petit tel que  $e = 2^{16}+1$  ou  $e = 3$  ou  $e = 17$  ;

20 4) Calculer l'unique entier  $d$ ,  $1 < d < \Phi(n)$ , tel que :

$$e \cdot d = 1 \text{ modulo } \Phi(n) ; \quad (1)$$

5) La clé publique est  $(n, e)$ ; la clé privée est  $d$  ou  $(d, p, q)$ .

Les entiers  $e$  et  $d$  sont appelés respectivement  
25 *exposant public* et *exposant privé*. L'entier  $n$  est appelé le module RSA.

Une fois les paramètres publics et privés définis, étant donné  $x$ , avec  $0 < x < n$ , l'opération publique sur  $x$  qui peut être par exemple le chiffrement du message  $x$   
30 consiste à calculer :  $y = x^e \text{ modulo } n$  (2)

Dans ce cas, l'opération privée correspondante est l'opération de déchiffrement du message chiffré  $y$ , et consiste à calculer :

$$y^d \text{ modulo } n \quad (3)$$

5 L'opération publique sur  $x$  peut encore être la vérification de la signature  $x$ , et consiste à calculer :  $y = x^e \text{ modulo } n$  (2)

L'opération privée correspondante est alors la génération d'une signature  $x$  à partir du message  
10 préalablement encodé  $y$  par application d'une fonction de hachage  $\mu$  ("padding" selon la terminologie anglo-saxonne), et consiste à calculer :

$$y^d \text{ modulo } n \quad (3)$$

Avec  $x = y^d \text{ modulo } n$  puisque  $e.d = 1 \text{ modulo } \Phi(n)$

15 On va présenter un autre mode de fonctionnement dit mode CRT car basé sur le théorème des restes chinois (« Chinese Remainder Theorem » ou CRT en anglais) et quatre fois plus rapide que celui de l'algorithme RSA standard. Selon ce mode CRT, on  
20 n'effectue pas directement les calculs modulo  $n$  mais on effectue d'abord les calculs modulo  $p$  et modulo  $q$ .

Les paramètres publics sont  $(n, e)$  mais les paramètres privés sont dans ce mode  $(p, q, d)$  ou  $(p, q, d_p, d_q, i_q)$  avec

25  $d_p = d \text{ modulo } (p-1)$ ,  $d_q = d \text{ modulo } (q-1)$   
et  $i_q = q^{-1} \text{ modulo } p$

Par la relation (1), on obtient, :

$$ed_p = 1 \text{ modulo } (p-1) \text{ et } ed_q = 1 \text{ modulo } (q-1) \quad (4)$$

L'opération publique s'effectue de la même façon  
30 que pour le mode de fonctionnement standard. Par contre, pour l'opération privée, on calcule d'abord :

$$x_p = y^{d_p} \text{ modulo } p \text{ et } x_q = y^{d_q} \text{ modulo } q$$

Ensuite, par application du théorème des restes chinois, on obtient  $x = y^d \text{ modulo } n$  par :

$$x = \text{CRT}(x_p, x_q) = x_q + q[i_q(x_p - x_q) \text{ modulo } p] \quad (5)$$

5

Une orientation importante dans le domaine de la cryptographie à clé publique utilisant le schéma de chiffrement RSA consiste donc à sécuriser la mise en œuvre des algorithmes RSA contre les différents types d'attaques possibles évoqués plus haut, notamment les attaques à canaux cachés telles que les attaques DPA et SPA, ainsi que les attaques dites par faute où l'attaquant, par une méthode quelconque, injecte une faute pendant le calcul d'une opération privée de l'algorithme RSA, dans le but d'obtenir une valeur corrompue à partir de laquelle il est possible, dans certains cas, de déduire certaines données secrètes.

Dans l'état de la technique, certains procédés de contre-mesure ont été envisagés pour parer ces différents types d'attaques.

Notamment, une contre-mesure possible pour parer les attaques de type DPA (et SPA) contre le RSA en mode standard consiste à rendre aléatoire le calcul de l'opération privée du RSA (signature ou déchiffrement) en introduisant dans le calcul une valeur aléatoire.

Ainsi, une méthode de contre-mesure de ce type consiste à calculer l'opération privée en mode standard (3)  $x = y^d \text{ modulo } n$  de la façon suivante :

$$x = y^{d-r} \cdot y^r \text{ modulo } n, \text{ avec } r \text{ étant un nombre}$$

entier aléatoire. Toutefois, l'inconvénient de cette

30

méthode de contre-mesure est que le temps de calcul est doublé.

Une autre méthode de contre-mesure de ce type pour parer les attaques DPA (et SPA) contre le RSA en mode standard consiste à calculer l'opération privée  
5 (3)  $x = y^d$  modulo  $n$  de la façon suivante :

$$x = y^{(d+r \cdot \Phi(n))} \text{ modulo } n, \text{ avec } r \text{ un entier}$$
aléatoire. Cependant, un inconvénient de cette méthode est qu'elle requiert la connaissance de la valeur de  
10  $\Phi(n)$ , qui est généralement inconnue par l'algorithme de cryptographie qui met en œuvre l'opération privée (signature ou déchiffrement).

Aussi, une variante de cette méthode est proposée, basée non plus sur la connaissance de la valeur de  
15  $\Phi(n)$  mais sur celle de la valeur de l'exposant public  $e$ . En effet, on a d'après (1) :  $e \cdot d = 1$  modulo  $\Phi(n)$ , aussi, il existe un entier  $k$  tel que :  $e \cdot d - 1 = k \cdot \Phi(n)$ ;

En conséquence, l'expression  $x = y^{(d+r \cdot \Phi(n))}$  modulo  $n$  peut se calculer sous la forme :

20 
$$x = y^{(d+r \cdot (ed-1))} \text{ modulo } n, \text{ avec } r \text{ un entier}$$
aléatoire.

Cette méthode de contre-mesure est donc calculatoirement équivalente à celle dont elle découle, avec l'avantage cependant de ne pas nécessiter la  
25 connaissance de la valeur de  $\Phi(n)$ . Elle requiert moins de mémoire en ce sens qu'elle ne nécessite pas de garder  $\Phi(n)$ .

Toutefois, cette variante de contre-mesure, pour pouvoir être mise en œuvre, nécessite d'avoir la  
30 connaissance de la valeur de l'exposant public  $e$ . Or, dans de nombreuses applications de cryptographie, le

composant ou le dispositif mettant en œuvre l'opération privée de l'algorithme RSA ne dispose pas toujours de l'exposant public  $e$ , notamment lorsqu'il n'exécute que l'opération privée. L'exposant public  $e$  est donc dans  
5 ce contexte généralement inconnu ou indisponible.

Les contre-mesures décrites précédemment sont principalement destinées à parer les attaques de type DPA. Cependant, elles rendent également plus difficiles les attaques de type SPA dans la mesure où l'exécution  
10 de l'algorithme est non-déterministe.

Pour ce qui est de l'autre type d'attaque qui a été évoqué, dite attaque par faute, la meilleure protection possible pour la parer consiste à tester, en mode standard, que la valeur  $x$  obtenue par application  
15 de l'opération privée vérifie effectivement la relation  $x^e = y$  modulo  $n$  de l'opération publique. Si ce n'est pas le cas, on ne retournera pas la valeur  $y$  pour éviter son utilisation à des fins de cryptanalyse.

En mode CRT, la protection consiste à vérifier  
20 d'une part, si effectivement les relations  $x^e = y$  modulo  $p$  et, d'autre part,  $x^e = y$  modulo  $q$  sont vérifiées.

En effet, lorsque ces relations sont vérifiées, on est assuré qu'il n'y a pas eu d'erreurs pendant le  
25 déroulement de l'opération privée de l'algorithme RSA.

Toutefois, un inconvénient empêchant la mise en œuvre de telles vérifications contre les attaques par faute, en mode standard ou en mode CRT, est que ces opérations de vérification nécessitent également la  
30 connaissance préalable de l'exposant public  $e$ . Or, comme déjà vu, le composant ou le dispositif mettant en



œuvre l'opération privée de l'algorithme RSA, en mode standard ou CRT, ne dispose pas toujours de l'exposant public  $e$ , notamment lorsqu'il n'exécute que l'opération privée. L'exposant public  $e$  est donc dans ce contexte  
5 généralement inconnu ou indisponible.

Le document de brevet FR 2 830 146 (D1) propose à cet effet un procédé permettant de réaliser certaines étapes d'un algorithme de cryptographie, et notamment de type RSA en mode standard ou CRT, utilisant un  
10 exposant public  $e$  que l'on ne connaît pas a priori.

Le procédé objet de D1 permet en particulier de réaliser une contre-mesure, notamment aux attaques par faute, qui offre la meilleure protection possible telle qu'évoquée ci-dessus, même lorsqu'on ne connaît pas  
15 l'exposant public  $e$ .

Pour ce faire, soit  $(e, d)$  une paire correspondante d'exposants RSA respectivement public et privé et soit  $n$  le module RSA. D1 part de la constatation suivante selon laquelle dans 95% des cas,  
20 la valeur de l'exposant public  $e$  est choisie parmi les valeurs  $2^{16}+1$ , 3, 17. La méthode de D1, exposée brièvement ici en référence au mode standard mais qui peut tout autant s'appliquer au mode CRT, consiste alors à vérifier que  $e$  est bien égal à une de ces  
25 valeurs en testant successivement si  $e_i.d = 1$  modulo  $\Phi(n)$ , avec  $e_i \in E = \{2^{16}+1, 3, 17\}$ , jusqu'à ce que la relation soit vérifiée.

Lorsque la relation est vérifiée pour un  $e_i$ , alors on sait que  $e=e_i$ . Une fois la valeur de l'exposant public  $e$  déterminée de cette façon,  $e$  est mémorisée en  
30 vue de son utilisation dans des calculs de l'algorithme

RSA visant à vérifier qu'il n'y a pas eu d'erreurs, dues à une attaque par faute, pendant le déroulement d'une opération privée correspondante de l'algorithme RSA. Ainsi, connaissant  $e$ , il est possible d'affirmer  
5 avec une probabilité égale à 1 que l'opération privée se rapportant par exemple à la génération d'une signature  $s$ , avec  $s = \mu(m)^d$  modulo  $n$ ,  $\mu(m)$  étant la valeur obtenue par l'application d'une fonction  $\mu$  de padding au message  $m$  à signer, a été effectuée sans  
10 erreur en vérifiant simplement que la valeur  $s$  obtenue vérifie la relation  $s^e = \mu(m)$  modulo  $n$  de l'opération publique correspondante.

Si aucune valeur de  $e_i$  n'a pu être attribuée à  $e$ , il convient alors de constater selon D1 que les calculs  
15 de l'algorithme RSA utilisant la valeur  $e$  pour la sécurisation contre les attaques par faute ne peuvent être effectués.

Cependant, un inconvénient de la méthode proposée par D1 est qu'elle implique d'exécuter une pluralité de  
20 calculs modulaires lorsqu'on teste successivement si la relation  $e_i d = 1$  modulo  $\Phi(n)$  est vérifiée, pour une valeur de  $e_i$  parmi les  $e_i$  envisagés. Or les calculs modulaires sont des calculs complexes. Cette méthode se révèle donc pénalisante en terme de temps de calcul et  
25 de ressources de calcul.

Aussi, le problème qui se pose est de pallier les inconvénients précités.

Plus particulièrement, un but de la présente invention consiste à déterminer d'une façon qui ne soit  
30 pas pénalisante en terme de rapidité et de complexité de calcul, la valeur d'un *exposant public*  $e$  parmi un

ensemble de valeurs probables prédéterminées, lorsque l'on ne connaît pas cette valeur de  $e$  a priori, l'exposant  $e$  étant mis en œuvre dans certaines étapes d'un algorithme de cryptographie de type RSA en mode  
 5 standard ou CRT.

Un autre but consiste donc à pouvoir mettre en œuvre, une fois la valeur de l'exposant public  $e$  déterminée, des opérations de contre-mesure utilisant la valeur de l'exposant public  $e$ , visant à parer d'une  
 10 part, les attaques dites attaques par faute et, d'autre part, les attaques dites à canaux cachés, notamment de type DPA et SPA, susceptibles d'être conduites lors de la mise en œuvre d'une opération privée d'un algorithme de cryptographie, notamment de type RSA.

Avec ces objectifs en vue, l'invention concerne un  
 15 procédé pour la mise en œuvre sécurisée d'un algorithme de cryptographie à clé publique, ladite clé publique étant composée d'un nombre entier  $n$ , produit de deux grands nombres premiers  $p$  et  $q$ , et d'un exposant public  
 20  $e$ , ledit procédé consistant à déterminer un ensemble  $E$  comprenant un nombre prédéterminé de valeurs  $e_i$  susceptibles de correspondre à la valeur de l'exposant public  $e$ , les  $e_i$  étant des nombres premiers, caractérisé en ce qu'il comprend les étapes suivantes consistant à:

25

$$a) \text{définir une valeur } \Phi = \prod_{e_i \in E} e_i$$

telle que  $\Phi/e_i$  soit inférieur à  $\Phi(n)$  pour tout  $e_i$  appartenant à  $E$ ,  $\Phi$  étant la fonction indicatrice d'Euler;

b)appliquer la valeur  $\Phi$  dans un calcul prédéterminé;

c)pour chacun des  $e_i$  de  $E$ , tester si le résultat dudit calcul prédéterminé est égal à une valeur  $\Phi/e_i$ :

5 - si c'est le cas, alors attribuer la valeur  $e_i$  à  $e$  et mémoriser  $e$  en vue de son utilisation dans des calculs dudit algorithme de cryptographie;

- sinon, constater que les calculs dudit algorithme de cryptographie utilisant la valeur  
10  $e$  ne peuvent être effectués.

L'avantage est donc clairement que l'on n'ait plus qu'une seule multiplication modulaire.

Dans une première variante, l'algorithme de cryptographie est basé sur un algorithme de type RSA en  
15 mode standard.

En rapport avec cette première variante, le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur  $C$  :

$C = \Phi.d$  modulo  $\Phi(n)$ ,  $d$  étant la clé privée  
20 correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e.d = 1$  modulo  $\Phi(n)$  et  $\Phi$  étant la fonction indicatrice d'Euler.

Selon une alternative, le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur  $C$  :

25  $C = \Phi.d$  modulo  $\Phi(n)$ ,  $d$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e.d = 1$  modulo  $\Phi(n)$  et  $\Phi$  étant la fonction de Carmichael.

Dans une seconde variante, l'algorithme de cryptographie est basé sur un algorithme de type RSA en mode CRT.

En liaison avec cette seconde variante, le calcul  
5 prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur C :

$C = \Phi \cdot d_p \text{ modulo } (p-1)$ ,  $d_p$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e \cdot d_p = 1 \text{ modulo } (p-1)$ .

10 Selon une alternative, le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur C :

$C = \Phi \cdot d_q \text{ modulo } (q-1)$ ,  $d_q$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e \cdot d_q = 1 \text{ modulo } (q-1)$ .

15 Selon une autre alternative, le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer deux valeurs  $C_1$  et  $C_2$  telles que :

$C_1 = \Phi \cdot d_p \text{ modulo } (p-1)$ ,  $d_p$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  
20  $e \cdot d_p = 1 \text{ modulo } (p-1)$ ,

$C_2 = \Phi \cdot d_q \text{ modulo } (q-1)$ ,  $d_q$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e \cdot d_q = 1 \text{ modulo } (q-1)$ ,

et en ce que l'étape de test c) consiste pour  
25 chaque  $e_i$ , à tester si  $C_1$  et/ou  $C_2$  est égal à la valeur  $\Phi/e_i$ :

- si c'est le cas, alors attribuer la valeur  $e_i$  à  $e$  et mémoriser  $e$  en vue de son utilisation dans des calculs dudit algorithme de cryptographie;

- sinon, constater que les calculs dudit algorithme de cryptographie utilisant la valeur  $e$  ne peuvent être effectués.

Selon la première variante et dans le cas où une  
5 valeur  $e_i$  a été attribuée à  $e$ , les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent à :

- choisir un entier aléatoire  $r$ ;
- calculer une valeur  $d^*$  telle que  $d^* = d + r.(e.d - 1)$ ;
- mettre en œuvre une opération privée de  
10 l'algorithme dans laquelle une valeur  $x$  est obtenue à partir d'une valeur  $y$  en appliquant la relation  $x = y^{d^*}$  modulo  $n$ .

Selon la première variante et dans le cas où une valeur  $e_i$  a été attribuée à  $e$ , les calculs utilisant la  
15 valeur  $e$  consistent à obtenir, à l'issue d'une opération privée de l'algorithme, une valeur  $x$  à partir d'une valeur  $y$  et à vérifier si  $x^e = y$  modulo  $n$ .

Selon la deuxième variante et dans le cas où une valeur  $e_i$  a été attribuée à  $e$ , les calculs utilisant la  
20 valeur  $e$  consistent à obtenir, à l'issue d'une opération privée de l'algorithme, une valeur  $x$  à partir d'une valeur  $y$  et à vérifier d'une part, si  $x^e = y$  modulo  $p$  et, d'autre part, si  $x^e = y$  modulo  $q$ .

De préférence, l'ensemble  $E$  comprend au moins les  
25 valeurs  $e_i$  suivantes 3, 17,  $2^{16}+1$ .

L'invention concerne également un composant électronique caractérisé en ce qu'il comprend des moyens pour la mise en œuvre du procédé tel que défini précédemment.

30 L'invention concerne encore une carte à puce comprenant un composant électronique tel que défini.

L'objet de l'invention concerne également un procédé pour la mise en œuvre sécurisée d'un algorithme de cryptographie à clé publique, ladite clé publique étant composée d'un nombre entier  $n$ , produit de deux  
 5 grands nombres premiers  $p$  et  $q$ , et d'un exposant public  $e$ , ledit procédé consistant à déterminer un ensemble  $E$  comprenant un nombre prédéterminé de valeurs  $e_i$  susceptibles de correspondre à la valeur de l'exposant public  $e$ , les  $e_i$  étant des nombres premiers, caractérisé  
 10 en ce qu'il consiste à réaliser les étapes suivantes consistant à:

a) choisir une valeur  $e_i$  parmi les valeurs de l'ensemble  $E$ ;

b) si  $\phi(p) = \phi(q)$ , tester si la valeur  $e_i$  choisie  
 15 vérifie la relation :  $(1 - e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{(\phi(n)/2)+1}$

ou ladite relation simplifiée :

$$(-e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{(\phi(n)/2)+1}$$

avec  $\phi(p)$ ,  $\phi(q)$  et  $\phi(n)$  les fonctions donnant le nombre de bits codant respectivement le nombre  $p$ , le  
 20 nombre  $q$  et le nombre  $n$ ;

sinon, dans le cas où  $p$  et  $q$  sont déséquilibrés, tester si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation :

$$(1 - e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{g+1}$$

25 ou ladite relation simplifiée :

$$(-e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{g+1}$$

avec  $g = \max(\phi(p), \phi(q))$ , si  $\phi(p)$  et  $\phi(q)$  sont connus ou, dans le cas contraire, avec  $g = \phi(n)/2 + t$ , où  $t$  désigne le facteur de déséquilibre ou une borne sur  
 30 ce facteur;

c) si la relation de test appliquée à l'étape précédente est vérifiée, alors  $e = e_1$ , et mémoriser  $e$  en vue de son utilisation dans des calculs dudit algorithme de cryptographie,

- 5       - si ce n'est pas le cas, réitérer les étapes précédentes en choisissant une autre valeur de  $e_1$  dans l'ensemble  $E$  jusqu'à ce qu'une valeur de  $e_1$  puisse être attribuée à  $e$  et si aucune valeur de  $e_1$  ne peut être attribuée à  $e$  alors constater que les calculs dudit  
10 algorithme de cryptographie utilisant la valeur de  $e$  ne peuvent pas être effectués.

Le fait de choisir l'ordre des  $e_i$  comme celui des probabilités d'apparitions des exposants publics permet de gagner du temps. Ainsi, on pourra choisir  
15 préférentiellement l'ordre suivant :  $e_0=2^{16}+1$ ,  $e_1=3$ ,  $e_2=17$ .

Dans une variante, on a pour tous les  $i$ ,  $e_i \leq 2^{16}+1$  et l'étape b) est remplacée par une autre étape de test consistant à :

- 20       si  $\Phi(p)=\Phi(q)$ , tester si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation:  $(1-e_i.d)$  modulo  $n < 2^{(\Phi(n)/2)+17}$

ou ladite relation simplifiée :

$$(-e_i.d) \text{ modulo } n < 2^{(\Phi(n)/2)+17}$$

- avec  $\Phi(p)$ ,  $\Phi(q)$ ,  $\Phi(n)$  les fonctions donnant le  
25 nombre de bits codant respectivement le nombre  $p$ , le nombre  $q$  et le nombre  $n$ ;

sinon, dans le cas où  $p$  et  $q$  sont déséquilibrés, tester si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation :  $(1-e_i.d)$  modulo  $n < 2^{g+17}$

- 30       ou ladite relation simplifiée:

$$(-e_i.d) \text{ modulo } n < 2^{g+17}$$



avec  $g = \max(\Phi(p), \Phi(q))$ , si  $\Phi(p)$  et  $\Phi(q)$  sont connus ou, dans le cas contraire, avec  $g = \Phi(n)/2+t$ , où  $t$  désigne le facteur de déséquilibre ou une borne sur ce facteur.

5 Dans une autre variante, l'étape b) est remplacée par une autre étape de test consistant à :

tester si la valeur  $e_1$  choisie vérifie la relation selon laquelle:

les premiers bits de poids forts de  $(1-e_1.d)$  modulo  $n$   
10 sont nuls ;

ou ladite relation simplifiée selon laquelle :

les premiers bits de poids forts de  $(-e_1.d)$  modulo  $n$  sont nuls.

De préférence, le test est effectué sur les 128  
15 premiers bits de poids fort.

Selon un mode de réalisation préféré de l'invention, l'algorithme de cryptographie est basé sur un algorithme de type RSA en mode standard.

Selon une caractéristique, une valeur  $e_1$  ayant été  
20 attribuée à  $e$ , les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent à :

-choisir un entier aléatoire  $r$ ;

-calculer une valeur  $d^*$  telle que  $d^* = d + r.(e.d-1)$ ;

-mettre en œuvre une opération privée de  
25 l'algorithme dans laquelle une valeur  $x$  est obtenue à partir d'une valeur  $y$  en appliquant la relation  $x = y^{d^*}$  modulo  $n$ .

Selon une autre caractéristique, une valeur  $e_1$  ayant été attribuée à  $e$ , le procédé de l'invention  
30 consiste à obtenir, à l'issue d'une opération privée de l'algorithme, une valeur  $x$  à partir d'une valeur  $y$  et

les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent à vérifier si  $x^e = y$  modulo  $n$ .

De préférence, l'ensemble  $E$  comprend au moins les valeurs  $e_i$  suivantes 3, 17,  $2^{16}+1$ .

5 L'invention concerne encore un composant électronique caractérisé en ce qu'il comprend des moyens pour la mise en œuvre du procédé tel qu'il vient d'être défini.

L'invention concerne également une carte à puce  
10 comprenant un composant électronique tel que défini.

D'autres caractéristiques et avantages de la présente invention ressortiront plus clairement de la description qui est faite ci-après, à titre indicatif et nullement limitatif.

15 La présente invention décrit donc différentes techniques permettant de valider la valeur d'un exposant *public*  $e$  que l'on ne connaît pas a priori. Ces techniques peuvent être mises en œuvre par tout dispositif ou composant électronique doté de moyens de  
20 calculs cryptographiques adéquats, en particulier une carte à puce.

L'objet de l'invention est basé sur la constatation suivante : soit un ensemble  $E$  comprenant au moins les valeurs de  $e$  suivantes :  $e_0 = 2^{16}+1$ ;  $e_1 = 3$   
25 et  $e_2 = 17$ ; cet ensemble  $E$  de valeurs couvre environ 95% des valeurs des exposants *publics* couramment utilisés dans les calculs des algorithmes de cryptographie de type RSA.

La première technique proposée par la présente  
30 invention, valable pour le mode standard de l'algorithme RSA, consiste alors d'une façon générale à

choisir  $e_0$  et à vérifier que  $e=e_0$ ; si  $e \neq e_0$  alors on essaie avec  $e_1$ ; et si  $e \neq e_1$ , alors on essaie avec  $e_2$ .

Il se peut que pour une certaine application correspondant aux 5% d'autres cas,  $e$  ne soit pas égal  
5 ni à  $e_0$ , ni à  $e_1$ , ni à  $e_2$ . Aussi, désigne-t-on plus généralement la valeur de  $e$  par  $e_1$ . Et la méthode consiste finalement à choisir une valeur  $e_1$  parmi les  $e_1$  envisagés et à vérifier que  $e = e_1$ .

Plus particulièrement, la première technique pour  
10 retrouver la valeur de  $e$ , valable pour le mode standard de l'algorithme RSA, est basée sur le raisonnement suivant :

Dans le mode standard, l'algorithme privé (mettant en œuvre une opération de signature ou de déchiffrement  
15 d'un message) dispose de la valeur du module  $n$  et de l'exposant privé  $d$ .

Ainsi, de l'expression (1), il découle qu'il existe un entier  $k$  tel que:

$$e.d = 1 + k \Phi(n),$$

20 soit :  $1 - e.d = -k \Phi(n) = -k.(n-p-q+1)$

En réduisant les deux côtés de l'expression modulo  $n$ , on obtient :

$$1 - e.d = k(p+q-1) \text{ (modulo } n).$$

En notant que l'on a toujours  $k < e$  lorsque  $e$  est  
25 relativement petit, l'expression précédente peut aussi s'écrire:

$$(1 - e.d) \text{ modulo } n = k(p+q-1). \quad (6)$$

Le côté gauche de l'équation 6 a sensiblement la taille du module  $n$ , tandis que le côté droit a sa  
30 taille définie selon l'expression suivante quand  $p$  et  $q$

sont équilibrés, c'est-à-dire de même taille  $\Phi(p) = \Phi(q)$  :

$$k.(p+q-1) < e.2^{(\Phi(n)/2)+1}$$

avec  $\Phi(n)$ ,  $\Phi(p)$ ,  $\Phi(q)$  les fonctions donnant le  
 5 nombre de bits codant respectivement le nombre  $n$ , le nombre  $p$  et le nombre  $q$ .

Quand  $p$  et  $q$  ne sont pas de même taille, on appelle la fonction  $g = \max(\Phi(p), \Phi(q))$ , c'est-à-dire la fonction donnant le maximum des longueurs de  $p$  et  $q$   
 10 dans le cas où  $\Phi(p)$  et  $\Phi(q)$  sont connus; sinon, on prend  $g = \Phi(n)/2 + t$ , où  $t$  désigne le facteur de déséquilibre ou une borne sur ce facteur dans le cas contraire. Dans ce cas où  $p$  et  $q$  sont déséquilibrés, la formule de l'expression ci-dessus devient :

$$15 \quad k.(p+q-1) < e.2^{1+g}$$

En effet, comme  $n = p.q$ , si  $p$  et  $q$  sont équilibrés, alors on a l'expression  $p+q < 2^{(\Phi(n)/2)+1}$ ; à l'inverse, si  $p$  et  $q$  sont déséquilibrés, alors :  
 $p+q < 2^{1+g}$

20 Ainsi, pour tous les  $e_i$  possibles dans l'ensemble  $E$ , si  $\Phi(p) = \Phi(q)$ , on teste si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation prédéterminée suivante :

$$(1-e_i.d) \text{ modulo } n < e_i.2^{(\Phi(n)/2)+1} \quad (7)$$

sinon, on teste si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la  
 25 relation prédéterminée suivante :

$$(1-e_i.d) \text{ modulo } n < e_i.2^{g+1} \quad (7')$$

si la relation prédéterminée de test appliquée est vérifiée, alors  $e = e_i$  et on mémorise  $e$ ,

sinon, on choisit une autre valeur de  $e_i$  dans  
 30 l'ensemble  $E$  et on réitère les étapes précédentes.

Dans une première variante, le test pour retrouver la valeur de  $e$ :

$$(1-e_i.d) \text{ modulo } n < e_i.2^{(\phi(n)/2)+1} \text{ ou}$$

(1- $e_i.d$ ) modulo  $n < e_i.2^{g+1}$ , suivant que  $p$  et  $q$  soient  
 5 équilibrés ou non, peut être remplacé par le test suivant:

$$(1-e_i.d) \text{ modulo } n < B,$$

avec  $B \geq [\max(e_i)] 2^{(\phi(n)/2)+1}$  dans le cas où  $\phi(p) = \phi(q)$ ,

10 et  $B \geq [\max(e_i)] 2^{g+1}$  sinon.

Dans notre exemple, on a  $E = \{2^{16}+1, 3, 17\}$ . Ainsi, pour tous les  $i$ , on a  $e_i \leq 2^{16}+1$  et le test précédent peut donc être simplifié de la façon suivante consistant à vérifier si:

15  $(1-e_i.d) \text{ modulo } n < B$ , avec  $B = 2^{(\phi(n)/2)+17}$  dans le cas où  $\phi(p) = \phi(q)$ ,

et  $(1-e_i.d) \text{ modulo } n < B$ , avec  $B = 2^{g+17}$  sinon.

Dans une deuxième variante du test, on peut encore simplifier le test précédent en vérifiant si les bits  
 20 les plus significatifs, par exemple les 128 bits de poids fort, de  $(1-e_i.d) \text{ modulo } n$  sont nuls.

Enfin, pour cette première technique, une dernière simplification consiste à déterminer la relation prédéterminée pour le test sur les  $e_i$  en démarrant avec  
 25 la relation suivante:

$$(-e_i.d) \text{ modulo } n = k(p+q-1)-1$$

à la place de la relation (6).

Ainsi, à partir de cette simplification, on obtient pour les relations de test (7, 7'), la  
 30 simplification suivante:

$$(-e_i.d) \text{ modulo } n < e_i.2^{(\phi(n)/2)+1} \text{ si } \phi(p) = \phi(q),$$

et  $(-e_i.d)$  modulo  $n < e_i.2^{g+1}$  sinon.

Pour la première variante, on obtient le test simplifié suivant:

5  $(-e_i.d)$  modulo  $n < B$ , avec  $B=2^{(\phi(n)/2)+17}$ , si  $\phi(p)=\phi(q)$   
et  $B=2^{g+17}$  sinon.

Et, pour la deuxième variante du test, on obtient le test simplifié suivant consistant à vérifier si les premiers bits de poids fort de  $(-e_i.d)$  modulo  $n$  sont nuls.

10 Quelle que soit la variante mise en œuvre, dans sa version simplifiée ou non, si le test n'est pas vérifié pour une valeur de  $e_i$ , on choisit une autre valeur pour  $e_i$  dans l'ensemble  $E$  jusqu'à ce qu'une correspondance soit trouvée.

15 Si pour l'une ou l'autre des variantes qui concernent la première technique exposée ci-dessus, il n'existe pas parmi les  $e_i$ , une valeur telle que  $e=e_i$ , alors il reste à constater que les calculs de l'algorithme de cryptographie RSA en mode standard  
20 faisant intervenir  $e$  ne peuvent être effectués.

Par contre, lorsque la valeur de  $e$  a pu être retrouvée parmi les valeurs  $e_i$  de l'ensemble de valeurs prédéterminées  $E$ , par l'une ou l'autre des variantes, on peut alors vérifier chaque opération privée (3) de  
25 l'algorithme de cryptographie (consistant en le déchiffrement d'un message ou la génération d'une signature) en s'assurant que la valeur  $x$  obtenue à partir d'une valeur  $y$  par application de l'opération privée vérifie la relation  $x^e = y$  modulo  $n$ . Si ce n'est  
30 pas le cas, le message déchiffré ou la signature n'est pas retourné pour éviter toute cryptanalyse.

Comme on l'a vu, une fois que l'on connaît  $e$ , le procédé selon l'invention peut également s'appliquer à une contre-mesure, notamment contre les attaques de type DPA (et SPA), telle qu'elle a été décrite plus haut dans la description. Une telle méthode ainsi consiste à: choisir un entier aléatoire  $r$ ; calculer une valeur  $d^*$  telle que  $d^* = d + r \cdot (e \cdot d - 1)$ ; mettre en œuvre une opération privée de l'algorithme dans laquelle une valeur  $x$  est obtenue à partir d'une valeur  $y$  en appliquant la relation  $x = y^{d^*} \text{ modulo } n$ .

Enfin, la présente invention concerne une deuxième technique pour retrouver la valeur de l'exposant  $e$  parmi un ensemble  $E$  comprenant un ensemble de valeurs  $e_i$  prédéterminées. Comme on le verra, cette technique s'applique aussi bien dans le cas du mode standard de l'algorithme RSA que dans le cas du mode CRT.

Cette technique consiste plus particulièrement à améliorer la méthode proposée dans D1. Ainsi, les étapes suivantes sont mises en œuvre :

a) définir une valeur  $\Phi = \prod_{e_i \in E} e_i$

telle que  $\Phi/e_i$  soit inférieur à  $\Phi(n)$  pour tout  $e_i$  appartenant à  $E$ ,  $\Phi$  étant la fonction indicatrice d'Euler;

b) appliquer la valeur  $\Phi$  dans un calcul prédéterminé;

c) pour chaque  $e_i$ , tester si le résultat dudit calcul prédéterminé est égal à une valeur  $\Phi/e_i$ :

- si c'est le cas, alors on attribue la valeur  $e_i$  à  $e$  et on mémorise  $e$  en vue de son utilisation dans des calculs de l'algorithme de cryptographie.

- sinon, on constate que les calculs de l'algorithme de cryptographie utilisant la valeur  $e$  ne peuvent être effectués.

En mode standard, le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur  $C$  telle que :

$C = \Phi.d \text{ modulo } \Phi(n)$ ,  $d$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA en mode standard telle que  $e.d = 1 \text{ modulo } \Phi(n)$ .

Par exemple, soit l'ensemble  $E = \{e_0=3, e_1=17, e_2=2^{16}+1\}$ , alors  $\Phi = e_0.e_1.e_2 = 3.17.(2^{16}+1)$ .

Ainsi, avec  $C = \Phi.d \text{ modulo } \Phi(n)$ :

Si  $C = 17.(2^{16}+1) = \Phi/e_0$  alors  $e = e_0 = 3$ ;

Si  $C = 3.(2^{16}+1) = \Phi/e_1$  alors  $e = e_1 = 17$ ;

Si  $C = 3.17 = \Phi/e_2$  alors  $e = e_2 = (2^{16}+1)$ ;

Par l'intermédiaire d'un seul calcul modulaire permettant d'obtenir la valeur de  $C$ , il est donc possible de retrouver la valeur de l'exposant  $e$  parmi un ensemble  $E$ , en fonction du résultat de ce calcul.

Selon une alternative, le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur  $C$  telle que:

$C = \Phi.d \text{ modulo } \Phi(n)$ ,  $d$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA en mode standard mais calculée dans cette alternative modulo la fonction de Carmichael à la place de modulo la fonction indicatrice d'Euler, et donc telle que :  $e.d = 1 \text{ modulo } \Phi(n)$  et  $\Phi$  étant la fonction de Carmichael.

Dans le cas où la valeur de  $e$  a pu effectivement être retrouvée et mémorisée, les calculs de l'algorithme de cryptographie en mode standard mettant en œuvre la valeur de  $e$  consistent à parer les attaques par faute et à mettre en place une contre-mesure,



notamment contre les attaques de type DPA (et SPA), et sont identiques à ceux décrits en référence à la première technique.

Dans une variante, lorsque l'algorithme RSA mis en œuvre est en mode CRT, le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur C telle que:

$C = \Phi.d_p \text{ modulo } (p-1)$ ,  $d_p$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e.d_p = 1 \text{ modulo } (p-1)$ .

10 Ou bien encore, telle que :

$C = \Phi.d_q \text{ modulo } (q-1)$ ,  $d_q$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e.d_q = 1 \text{ modulo } (q-1)$ ,

ou bien les deux, et à prendre le e qui nous est  
15 donné par au moins un des deux tests.

Dans le cas où la valeur de e a pu effectivement être retrouvée et mémorisée, les calculs de l'algorithme de cryptographie en mode CRT mettant en œuvre la valeur de e consistent à parer les attaques  
20 par faute.

On peut alors vérifier chaque opération privée en mode CRT de l'algorithme de cryptographie (consistant en le déchiffrement d'un message ou la génération d'une signature) en s'assurant que la valeur x obtenue à  
25 partir d'une valeur y par application de l'opération privée en mode CRT vérifie d'une part, la relation  $x^e = y \text{ modulo } p$  et, d'autre part, la relation  $x^e = y \text{ modulo } q$ .

## REVENDICATIONS

1. Procédé pour la mise en œuvre sécurisée d'un algorithme de cryptographie à clé publique, ladite clé publique étant composée d'un nombre entier  $n$ , produit de deux grands nombres premiers  $p$  et  $q$ , et d'un exposant public  $e$ , ledit procédé consistant à déterminer un ensemble  $E$  comprenant un nombre prédéterminé de nombres premiers  $e_i$  susceptibles de correspondre à la valeur de l'exposant public  $e$ , caractérisé en ce qu'il comprend les étapes suivantes consistant à :

a) calculer une valeur  $\Phi = \prod_{e_i \in E} e_i$

telle que  $\Phi/e_i$  soit inférieur à  $\Phi(n)$  pour tout  $e_i$  appartenant à  $E$ ,  $\Phi$  étant la fonction indicatrice d'Euler;

b) appliquer la valeur  $\Phi$  dans un calcul prédéterminé;

c) pour chaque  $e_i$ , tester si le résultat dudit calcul prédéterminé est égal à une valeur  $\Phi/e_i$ :

- si c'est le cas, alors attribuer la valeur  $e_i$  à  $e$  et mémoriser  $e$  en vue de son utilisation dans des calculs dudit algorithme de cryptographie;

- sinon, constater que les calculs dudit algorithme de cryptographie utilisant la valeur  $e$  ne peuvent être effectués.

2. Procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce que l'algorithme de cryptographie est basé sur un algorithme de type RSA en mode standard.

5 3. Procédé selon la revendication 2, caractérisé en ce que le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur C :

$C = \Phi.d \text{ modulo } \Phi(n)$ , d étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  
10  $e.d = 1 \text{ modulo } \Phi(n)$  et  $\Phi$  étant la fonction indicatrice d'Euler.

4. Procédé selon la revendication 2, caractérisé en ce que le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste  
15 à calculer une valeur C :

$C = \Phi.d \text{ modulo } \Phi(n)$ , d étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  
 $e.d = 1 \text{ modulo } \Phi(n)$  et  $\Phi$  étant la fonction de Carmichael.

20

5. procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce que l'algorithme de cryptographie est basé sur un algorithme de type RSA en mode CRT.

25 6. Procédé selon la revendication 5, caractérisé en ce que le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur C :

$C = \Phi.d_p \text{ modulo } (p-1)$ ,  $d_p$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  
30  $e.d_p = 1 \text{ modulo } (p-1)$ .

7. Procédé selon la revendication 5, caractérisé en ce que le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer une valeur C :

$C = \Phi \cdot d_q \text{ modulo } (q-1)$ ,  $d_q$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e \cdot d_q = 1 \text{ modulo } (q-1)$ .

8. Procédé selon la revendication 5, caractérisé en ce que le calcul prédéterminé de l'étape b) consiste à calculer deux valeurs  $C_1$  et  $C_2$  telles que :

$C_1 = \Phi \cdot d_p \text{ modulo } (p-1)$ ,  $d_p$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e \cdot d_p = 1 \text{ modulo } (p-1)$ ,

$C_2 = \Phi \cdot d_q \text{ modulo } (q-1)$ ,  $d_q$  étant la clé privée correspondante de l'algorithme RSA telle que  $e \cdot d_q = 1 \text{ modulo } (q-1)$ ,

et en ce que l'étape de test c) consiste pour chaque  $e_i$ , à tester si  $C_1$  et/ou  $C_2$  est égal à la valeur  $\Phi/e_i$ :

- si c'est le cas, alors attribuer la valeur  $e_i$  à  $e$  et mémoriser  $e$  en vue de son utilisation dans des calculs dudit algorithme de cryptographie;

- sinon, constater que les calculs dudit algorithme de cryptographie utilisant la valeur  $e$  ne peuvent être effectués.

9. Procédé selon l'une quelconque des revendications 3 ou 4 et selon lequel une valeur  $e_i$  a été attribuée à  $e$ , caractérisé en ce que les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent à :

-choisir un entier aléatoire  $r$ ;

-calculer une valeur  $d^*$  telle que  $d^* = d + r.(e.d-1)$ ;  
 -mettre en œuvre une opération privée de  
 l'algorithme dans laquelle une valeur  $x$  est obtenue à  
 partir d'une valeur  $y$  en appliquant la relation  
 5  $x = y^{d^*} \text{ modulo } n$ .

10 10. Procédé selon l'une quelconque des revendications 2 à 4 et selon lequel une valeur  $e_1$  a été attribuée à  $e$ , caractérisé en ce qu'il consiste à obtenir, à l'issue d'une opération privée de l'algorithme, une valeur  $x$  à partir d'une valeur  $y$  et en ce que les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent à vérifier si  $x^e = y \text{ modulo } n$

15 11. Procédé selon l'une quelconque des revendications 5 à 8, et selon lequel une valeur  $e_1$  a été attribuée à  $e$ , caractérisé en ce qu'il consiste à obtenir, à l'issue d'une opération privée de l'algorithme, une valeur  $x$  à partir d'une valeur  $y$  et  
 20 en ce que les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent à vérifier d'une part, si  $x^e = y \text{ modulo } p$  et, d'autre part, si  $x^e = y \text{ modulo } q$ .

25 12. Procédé selon l'une quelconque des revendications précédentes, caractérisé en ce que l'ensemble  $E$  comprend au moins les valeurs  $e_1$  suivantes 3, 17,  $2^{16}+1$ .

30 13. Composant électronique caractérisé en ce qu'il comprend des moyens pour la mise en œuvre du procédé selon l'une quelconque des revendications précédentes.

14. Carte à puce comprenant un composant électronique selon la revendication 13.

15. Procédé pour la mise en œuvre sécurisée d'un algorithme de cryptographie à clé publique, ladite clé publique étant composée d'un nombre entier  $n$  produit de deux grands nombres premiers  $p$  et  $q$  et d'un exposant public  $e$ , ledit procédé consistant à déterminer un ensemble  $E$  comprenant un nombre prédéterminé de nombres premiers  $e_i$  susceptibles de correspondre à la valeur de l'exposant public  $e$ , caractérisé en ce qu'il consiste à réaliser les étapes suivantes consistant à:

a) choisir une valeur  $e_i$  parmi les valeurs de l'ensemble  $E$ ;

15 b) si  $\Phi(p) = \Phi(q)$ , tester si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation :  $(1 - e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{(\Phi(n)/2)+1}$

ou ladite relation simplifiée :

$$(-e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{(\Phi(n)/2)+1}$$

avec  $\Phi(p)$ ,  $\Phi(q)$  et  $\Phi(n)$  les fonctions donnant le nombre de bits codant respectivement le nombre  $p$ , le nombre  $q$  et le nombre  $n$ ;

sinon, dans le cas où  $p$  et  $q$  sont déséquilibrés, tester si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation :

25  $(1 - e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{g+1}$

ou ladite relation simplifiée :

$$(-e_i \cdot d) \text{ modulo } n < e_i \cdot 2^{g+1}$$

avec  $g = \max(\Phi(p), \Phi(q))$ , si  $\Phi(p)$  et  $\Phi(q)$  sont connus ou, dans le cas contraire, avec  $g = \Phi(n)/2 + t$ , où  $t$  désigne le facteur de déséquilibre ou une borne sur ce facteur;

30

c) si la relation de test appliquée à l'étape précédente est vérifiée, alors  $e = e_i$ , et mémoriser  $e$  en vue de son utilisation dans des calculs dudit algorithme de cryptographie,

- 5           - si ce n'est pas le cas, réitérer les étapes précédentes en choisissant une autre valeur de  $e_i$  dans l'ensemble  $E$  jusqu'à ce qu'une valeur de  $e_i$  puisse être attribuée à  $e$  et si aucune valeur de  $e_i$  ne peut être attribuée à  $e$  alors constater que les calculs dudit
- 10 algorithme de cryptographie utilisant la valeur de  $e$  ne peuvent pas être effectués.

16. Procédé selon la revendication 15, caractérisé en ce que pour tous les  $i$ ,  $e_i \leq 2^{16} + 1$  et en ce que l'étape

15 b) est remplacée par une autre étape de test consistant à :

si  $\Phi(p) = \Phi(q)$ , tester si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation:  $(1 - e_i \cdot d) \text{ modulo } n < 2^{(\Phi(n)/2) + 17}$

ou ladite relation simplifiée :

20  $(-e_i \cdot d) \text{ modulo } n < 2^{(\Phi(n)/2) + 17}$

avec  $\Phi(p)$ ,  $\Phi(q)$  et  $\Phi(n)$  les fonctions donnant le nombre de bits codant respectivement le nombre  $p$ , le nombre  $q$  et le nombre  $n$ ;

sinon, dans le cas où  $p$  et  $q$  sont déséquilibrés,

25 tester si la valeur  $e_i$  choisie vérifie la relation  $(1 - e_i \cdot d) \text{ modulo } n < 2^{g+17}$

ou ladite relation simplifiée:

$(-e_i \cdot d) \text{ modulo } n < 2^{g+17}$

avec  $g = \max(\Phi(p), \Phi(q))$ , si  $\Phi(p)$  et  $\Phi(q)$  sont connus

30 ou, dans le cas contraire, avec  $g = \Phi(n)/2 + t$ , où  $t$

désigne le facteur de déséquilibre ou une borne sur ce facteur.

17. Procédé selon la revendication 15, caractérisé en ce que l'étape b) est remplacée par une autre étape de test consistant à :

tester si la valeur  $e_1$  choisie vérifie la relation selon laquelle:

les premiers bits de poids forts de  $(1-e_1.d)$  modulo  $n$  sont nuls ;

ou ladite relation simplifiée selon laquelle :  
les premiers bits de poids forts de  $(-e_1.d)$  modulo  $n$  sont nuls.

18. Procédé selon la revendication 17, caractérisé en ce que le test est effectué sur les 128 premiers bits de poids forts.

19. Procédé selon l'une quelconque des revendications 15 à 18, caractérisé en ce que l'algorithme de cryptographie est basé sur un algorithme de type RSA en mode standard.

20. Procédé selon l'une quelconque des revendications 15 à 19, et selon lequel une valeur  $e_1$  a été attribuée à  $e$ , caractérisé en ce que les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent à :

- choisir un entier aléatoire  $r$ ;
- calculer une valeur  $d^*$  telle que  $d^* = d + r.(e.d-1)$ ;
- mettre en œuvre une opération privée de l'algorithme dans laquelle une valeur  $x$  est obtenue à



partir d'une valeur  $y$  en appliquant la relation  $x = y^{d^*}$  modulo  $n$ .

21. Procédé selon l'une quelconque des  
5 revendications 15 à 19 et selon lequel une valeur  $e_1$  a  
été attribuée à  $e$ , caractérisé en ce qu'il consiste à  
obtenir, à l'issue d'une opération privée de  
l'algorithme, une valeur  $x$  à partir d'une valeur  $y$  et  
en ce que les calculs utilisant la valeur  $e$  consistent  
10 à vérifier si  $x^e = y$  modulo  $n$ .

22. Procédé selon l'une quelconque des  
revendications 15 à 21, caractérisé en ce que l'ensemble  
 $E$  comprend au moins les valeurs  $e_1$  suivantes 3, 17,  
15  $2^{16}+1$ .

23. Procédé selon la revendication 22, caractérisé  
en ce que le choix préférentiel des valeurs  $e_1$  parmi les  
valeurs de l'ensemble  $E$  est effectué selon l'ordre  
20 suivant :  $2^{16}+1$ , 3, 17.

24. Composant électronique caractérisé en ce qu'il  
comprend des moyens pour la mise en œuvre du procédé  
selon l'une quelconque des revendications 15 à 23.  
25

25. Carte à puce comprenant un composant  
électronique selon la revendication 24.

## A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER

IPC 7 H04L9/30

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

## B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

IPC 7 H04L

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the International search (name of data base and, where practical, search terms used)

EPO-Internal, WPI Data, PAJ

## C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	AUMUELLER C ET AL: "FAULT ATTACKS ON RSA WITH CRT: CONCRETE RESULTS AND PRACTICAL COUNTERMEASURES" CRYPTOGRAPHIC HARDWARE AND EMBEDDED SYSTEMS. INTERNATIONAL WORKSHOP, XX, XX, 13 August 2002 (2002-08-13), pages 260-275, XP001160527 page 262, line 27 - line 39 page 271, line 14 - line 29 -----	1-25
A	FR 2 830 146 A (GEMPLUS CARD INT) 28 March 2003 (2003-03-28) cited in the application page 7, line 28 - page 9, line 27 -----	1-25



Further documents are listed in the continuation of box C.



Patent family members are listed in annex.

## \* Special categories of cited documents:

- \*A\* document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- \*E\* earlier document but published on or after the International filing date
- \*L\* document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- \*O\* document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- \*P\* document published prior to the International filing date but later than the priority date claimed

- \*T\* later document published after the International filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
- \*X\* document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
- \*Y\* document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.
- \*&\* document member of the same patent family

Date of the actual completion of the International search

11 October 2004

Date of mailing of the international search report

20/10/2004

Name and mailing address of the ISA

European Patent Office, P.B. 5818 Patentlaan 2  
NL - 2280 HV Rijswijk  
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,  
Fax (+31-70) 340-3016

Authorized officer

Cretaine, P

Patent document cited in search report		Publication date		Patent family member(s)	Publication date
FR 2830146	A	28-03-2003	FR	2830146 A1	28-03-2003
			EP	1433282 A1	30-06-2004
			WO	03028286 A1	03-04-2003
<hr/>					

A. CLASSEMENT DE L'OBJET DE LA DEMANDE  
CIB 7 H04L9/30

Selon la classification internationale des brevets (CIB) ou à la fois selon la classification nationale et la CIB

B. DOMAINES SUR LESQUELS LA RECHERCHE A PORTE

Documentation minimale consultée (système de classification suivi des symboles de classement)

CIB 7 H04L

Documentation consultée autre que la documentation minimale dans la mesure où ces documents relèvent des domaines sur lesquels a porté la recherche

Base de données électronique consultée au cours de la recherche internationale (nom de la base de données, et si réalisable, termes de recherche utilisés)

EPO-Internal, WPI Data, PAJ

C. DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS

Catégorie *	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	AUMUELLER C ET AL: "FAULT ATTACKS ON RSA WITH CRT: CONCRETE RESULTS AND PRACTICAL COUNTERMEASURES" CRYPTOGRAPHIC HARDWARE AND EMBEDDED SYSTEMS. INTERNATIONAL WORKSHOP, XX, XX, 13 août 2002 (2002-08-13), pages 260-275, XP001160527 page 262, ligne 27 - ligne 39 page 271, ligne 14 - ligne 29	1-25
A	FR 2 830 146 A (GEMPLUS CARD INT) 28 mars 2003 (2003-03-28) cité dans la demande page 7, ligne 28 - page 9, ligne 27	1-25

☐ Voir la suite du cadre C pour la fin de la liste des documents

☒ Les documents de familles de brevets sont indiqués en annexe

\* Catégories spéciales de documents cités:

- \*A\* document définissant l'état général de la technique, non considéré comme particulièrement pertinent
- \*E\* document antérieur, mais publié à la date de dépôt international ou après cette date
- \*L\* document pouvant jeter un doute sur une revendication de priorité ou cité pour déterminer la date de publication d'une autre citation ou pour une raison spéciale (telle qu'indiquée)
- \*O\* document se référant à une divulgation orale, à un usage, à une exposition ou tous autres moyens
- \*P\* document publié avant la date de dépôt international, mais postérieurement à la date de priorité revendiquée

- \*T\* document ultérieur publié après la date de dépôt international ou la date de priorité et n'appartenant pas à l'état de la technique pertinent, mais cité pour comprendre le principe ou la théorie constituant la base de l'invention
- \*X\* document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme nouvelle ou comme impliquant une activité inventive par rapport au document considéré isolément
- \*Y\* document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme impliquant une activité inventive lorsque le document est associé à un ou plusieurs autres documents de même nature, cette combinaison étant évidente pour une personne du métier
- \*G\* document qui fait partie de la même famille de brevets

Date à laquelle la recherche internationale a été effectivement achevée

11 octobre 2004

Date d'expédition du présent rapport de recherche internationale

20/10/2004

Nom et adresse postale de l'administration chargée de la recherche internationale  
Office Européen des Brevets, P.B. 5818 Patentlaan 2  
NL - 2280 HV Rijswijk  
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,  
Fax: (+31-70) 340-3016

Fonctionnaire autorisé

Cretaine, P

# RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Renseignements relatifs aux membres de familles de brevets

Demande Internationale No

PCT/EP2004/051411

Document brevet cité au rapport de recherche		Date de publication	Membre(s) de la famille de brevet(s)	Date de publication
FR 2830146	A	28-03-2003	FR 2830146 A1	28-03-2003
			EP 1433282 A1	30-06-2004
			WO 03028286 A1	03-04-2003
<hr/>				